

Formelsammlung Physik

Berufsmaturität Technik, Architektur, Life Sciences · RLP-BM 2030

TALS Physik · Lerngebiete 4 Mechanik, 5 Thermodynamik, 6 Wellen & Elektrizität · mit mathematischem Werkzeugkasten

Zur Benutzung. Jede Formel steht mit **Legende** (Formelzeichen – Bedeutung – SI-Einheit). Skizzen und Diagramme sind *parametrisiert*: sie zeigen die Grössen der Formel, keine Zahlenbeispiele. Schreibweisen: Dezimalpunkt (9.81 m/s²), Skalare kursiv (v , a , F), Vektoren mit Pfeil ($\vec{F}$), Einheiten aufrecht. **Für Prüfungen gelten die von Schule, Kanton oder Prüfungsleitung festgelegten Hilfsmittel** – vor jeder Prüfung prüfen, welche Formelsammlung zugelassen ist.

0 Mathematischer Werkzeugkasten	1	4 Mechanik	5	5 Thermodynamik	11
0.1 Proportionalität	1	4.1 Kinematik des Schwerpunkts . .	5	5.1 Temperatur	11
0.2 Flächen und Volumen	2	4.2 Dynamik	6	5.2 Wärme	12
0.3 Kreis, Winkel und Bogenmass . .	2	4.3 Energie	8	5.3 Wärmeausdehnung	13
0.4 Trigonometrie am Dreieck . . .	3	4.4 Statik von Festkörpern	9	6 Einführung in andere Bereiche der Physik	14
0.5 Vektoren	3	4.5 Hydrostatik	10	6.1 Wellen	14
0.6 Potenzen, Zehnerpotenzen und Vorsätze	4			6.2 Elektrizität	15
0.7 Gleichungen umstellen	4			A Anhang: Konstanten, Stoffwerte und Einheiten	17
0.8 Genauigkeit, Runden und Einheiten	4				

0 Mathematischer Werkzeugkasten

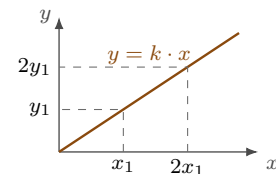
0.1 Proportionalität

Direkte Proportionalität

$$y = k \cdot x \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{y}{x} = k = \text{konst.}$$

Doppeltes $x \rightarrow$ doppeltes y . Graph: Gerade durch den Ursprung mit Steigung k .
Kurzschreibweise $y \sim x$.

x, y zwei Grössen je nach Grösse
 k Proportionalitätsfaktor $[y]/[x]$

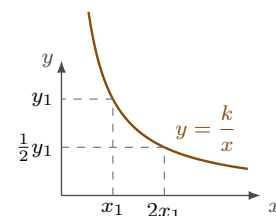


direkt: Gerade durch den Ursprung

Indirekte (umgekehrte) Proportionalität

$$y = \frac{k}{x} \quad \Longleftrightarrow \quad x \cdot y = k = \text{konst.}$$

Doppeltes $x \rightarrow$ halbes y . Graph: Hyperbel. Prüffrage: ist der *Quotient* konstant (direkt) oder das *Produkt* (indirekt)?



indirekt: Hyperbel, $x \cdot y$ konstant

Dreisatz

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \quad \Rightarrow \quad y_2 = y_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

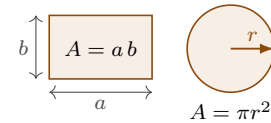
Nur bei direkter Proportionalität. Bei indirekter: $y_2 = y_1 \cdot \frac{x_1}{x_2}$.

0.2 Flächen und Volumen

Flächen

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b \quad A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} g \cdot h_g \quad A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot r^2$$

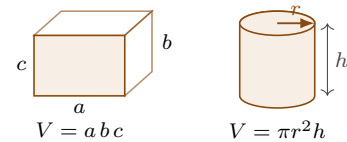
A	Fläche	m^2
a, b	Seitenlängen	m
g, h_g	Grundseite und zugehörige Höhe	m
r	Radius, $r = d/2$	m



Volumen

$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c \quad V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = A_{\text{Grund}} \cdot h$$

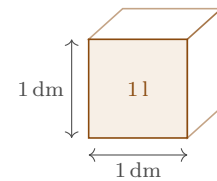
V	Volumen	m^3
h	Höhe	m
A_{Grund}	Grundfläche	m^2



Volumeneinheiten

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l} \quad 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} \quad 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

Ein Würfel mit 1 dm Kantenlänge fasst genau einen Liter – daraus folgen alle anderen Litermasse.



Würfel mit 1 dm Kante = 1 Liter

Einheitentreppe

Eine Stufe bedeutet bei *Längen* den Faktor 10, bei *Flächen* 100 und bei *Volumen* 1000 – die Umrechnungszahl wird mitquadratiert bzw. hoch drei genommen.

Häufigster Fehler: mit 10 statt mit 100 oder 1000 umrechnen.

$$\text{m} \xrightarrow{\times 10} \text{dm} \xrightarrow{\times 10} \text{cm} \xrightarrow{\times 10} \text{mm}$$

$$\text{m}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{dm}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{cm}^2 \xrightarrow{\times 100} \text{mm}^2$$

$$\text{m}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{dm}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{cm}^3 \xrightarrow{\times 1000} \text{mm}^3$$

nach rechts: kleinere Einheit, Zahlenwert wird grösser

$$\text{km} \xrightarrow{\times 10^3} \text{m} \xrightarrow{\times 10^3} \text{mm} \xrightarrow{\times 10^3} \mu\text{m}$$

$$\text{km}^2 \xrightarrow{\times 10^6} \text{m}^2 \xrightarrow{\times 10^6} \text{mm}^2 \xrightarrow{\times 10^6} \mu\text{m}^2$$

$$\text{km}^3 \xrightarrow{\times 10^9} \text{m}^3 \xrightarrow{\times 10^9} \text{mm}^3 \xrightarrow{\times 10^9} \mu\text{m}^3$$

Vorsatz-Treppe in Tausenderschritten – die obere Treppe löst das Stück von m bis mm im Detail auf

0.3 Kreis, Winkel und Bogenmass

Umfang

$$\pi = \frac{U}{d} \quad \Rightarrow \quad U = \pi \cdot d = 2\pi \cdot r$$

U	Umfang	m
d	Durchmesser	m
π	Kreiszahl ≈ 3.14159	–

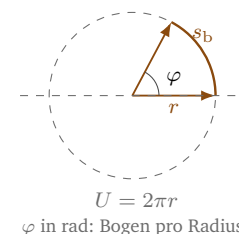
Bogenmass und Grad-Umrechnung

$$\varphi_{\text{rad}} = \frac{s_b}{r} \quad \Rightarrow \quad s_b = r \cdot \varphi_{\text{rad}}$$

φ_{rad}	Winkel im Bogenmass	rad
s_b	Bogenlänge	m
r	Radius	m

$$\varphi_{\text{rad}} = \varphi_{\text{Grad}} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad \varphi_{\text{Grad}} = \varphi_{\text{rad}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

Voller Kreis: $360^\circ \hat{=} 2\pi \text{ rad}$. Rad ist eine reine Verhältniszahl (m/m).



0.4 Trigonometrie am Dreieck

Winkelfunktionen am rechtwinkligen Dreieck

$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \alpha = \arcsin \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \quad \alpha = \arccos \frac{b}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \alpha = \arctan \frac{a}{b}$$

In der Physik überall dort, wo eine Grösse *zerlegt* wird: schiefe Ebene, Kraftkomponenten, Wurf.

⚠ Taschenrechner auf **DEG**, wenn der Winkel in Grad gegeben ist – auf **RAD**, wenn er im Bogenmass gegeben ist. Ein falscher Modus ist die häufigste Fehlerquelle.

Schiefwinkliges Dreieck – Sinus- und Kosinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

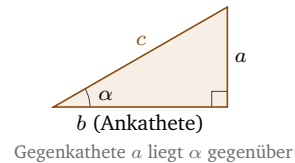
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Gilt in *jedem* Dreieck. Der Kosinussatz ist der verallgemeinerte Satz des Pythagoras:

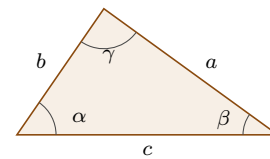
$$\gamma = 90^\circ : \quad a^2 + b^2 = c^2 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Denn $\cos 90^\circ = 0$ – der letzte Term fällt weg.

a Gegenkathete zu α m
 b Ankathete zu α m
 c Hypotenuse m
 α Winkel $^\circ$ oder rad



a, b, c Seiten m
 α, β, γ Winkel gegenüber a, b, c $^\circ$



Jeder Seite liegt ihr Gegenwinkel gegenüber: $a \leftrightarrow \alpha, b \leftrightarrow \beta, c \leftrightarrow \gamma$

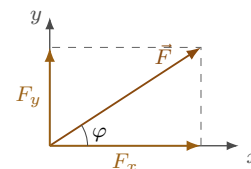
0.5 Vektoren

Komponenten und Betrag

$$F_x = F \cdot \cos \varphi \quad F_y = F \cdot \sin \varphi$$

$$F = |\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \tan \varphi = \frac{F_y}{F_x}$$

$\vec{F}$ Vektor (Kraft, Geschw., ...) N bzw. m/s
 F_x, F_y Komponenten in x - und y -Richtung wie $\vec{F}$
 φ Winkel zur x -Achse $^\circ$



Addition (Parallelogramm)

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad F_{R,x} = F_{1,x} + F_{2,x}, \quad F_{R,y} = F_{1,y} + F_{2,y}$$

Weg 1 – über die Komponenten. Die x -Achse entlang $\vec{F}_1$ legen; δ ist der Winkel zwischen $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$, φ derjenige zwischen $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_R$:

$$F_{R,x} = F_1 + F_2 \cos \delta \quad F_{R,y} = F_2 \sin \delta \quad F_R = \sqrt{F_{R,x}^2 + F_{R,y}^2}$$

$$\varphi = \arccos \frac{F_1 + F_2 \cos \delta}{F_R} \quad \text{eindeutig für } 0^\circ \leq \varphi \leq 180^\circ$$

Weg 2 – über das Kräftedreieck. Setzt man $\vec{F}_2$ am Ende von $\vec{F}_1$ an, ist der Innenwinkel dort $180^\circ - \delta$. Darauf wendet man den Kosinussatz in seiner *Originalform* an:

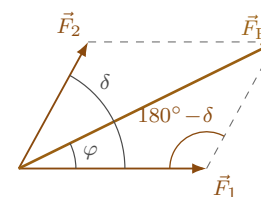
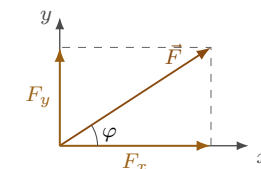
$$F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \delta) \quad \text{Kosinussatz}$$

Mit $\cos(180^\circ - \delta) = -\cos \delta$ wird daraus:

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \delta}$$

! Der Sinussatz liefert zwar $\sin \varphi = F_2 \sin \delta / F_R$, aber daraus folgt φ *nicht* eindeutig: $\sin \varphi = \sin(180^\circ - \varphi)$. Den Winkel deshalb immer über die $\arccos$ -Form aus Weg 1 bestimmen – oder, falls eingeführt, über $\varphi = \text{atan2}(F_{R,y}, F_{R,x})$.

$\vec{F}$ Vektor (Kraft, Geschw., ...) N bzw. m/s
 F_x, F_y Komponenten in x - und y -Richtung wie $\vec{F}$
 φ Winkel zur x -Achse $^\circ$



Resultierende als Parallelogramm-Diagonale

Sonderfälle:

$$\delta = 0^\circ \quad F_R = F_1 + F_2$$

$$\delta = 90^\circ \quad F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\delta = 180^\circ \quad F_R = |F_1 - F_2|$$

Vektoren werden *nie* einfach als Zahlen addiert.

0.6 Potenzen, Zehnerpotenzen und Vorsätze

Potenzgesetze

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^0 = 1$$

Wissenschaftliche und Engineering-Schreibweise

$$x = m \cdot 10^n$$

m Mantisse, n ganzzahliger Exponent. Die beiden Schreibweisen unterscheiden sich im zugelassenen *Mantissenbereich*:

$$1 \leq |m| < 10 \text{ wissenschaftlich}$$

$$1 \leq |m| < 1000 \text{ Engineering}$$

In der Engineering-Form ist n zusätzlich ein *Vielfaches von 3* – das passt direkt zu den SI-Vorsätzen.

SI-Vorsätze

Vorsatz	Zeichen	Faktor	Vorsatz	Zeichen	Faktor
Tera	T	10^{12}	Dezi	d	10^{-1}
Giga	G	10^9	Zenti	c	10^{-2}
Mega	M	10^6	Milli	m	10^{-3}
Kilo	k	10^3	Mikro	μ	10^{-6}
Hekto	h	10^2	Nano	n	10^{-9}
			Piko	p	10^{-12}

Rechnen mit Zehnerpotenzen

Multiplizieren: Mantissen multiplizieren, Exponenten *addieren*.

Dividieren: Mantissen dividieren, Exponenten *subtrahieren*. Danach normieren – je nach gewünschter Schreibweise auf $1 \leq |m| < 10$ (wissenschaftlich) oder $1 \leq |m| < 1000$ (Engineering).

Addieren und Subtrahieren: zuerst beide Zahlen auf denselben Exponenten bringen, dann nur die Mantissen addieren.

0.7 Gleichungen umstellen

Waage-Prinzip

Man formt beide Seiten gleich um – eine **Äquivalenzumformung**: $+$, $-$, $\cdot$, $:$, x (mit $x \neq 0$), Quadrieren, Wurzelziehen. Der Wahrheitsgehalt der Gleichung bleibt dabei erhalten; Ziel ist, die gesuchte Grösse allein auf eine Seite zu bringen.

 Quadrieren ist nur dann eine Äquivalenzumformung, wenn beide Seiten dasselbe Vorzeichen haben. Einheitenkontrolle: steht links Meter, muss rechts ebenfalls Meter herauskommen.

$$v = \frac{s}{t} \xrightarrow{\cdot t} s = v \cdot t \xrightarrow{:v} t} t = \frac{s}{v}$$

$$V = \pi r^2 h \xrightarrow{:(\pi h)} r^2 = \frac{V}{\pi h} \xrightarrow{\sqrt{}} r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

Erst symbolisch umstellen, dann Zahlen einsetzen – so bleiben Rundungsfehler klein und der Rechenweg prüfbar.

0.8 Genauigkeit, Runden und Einheiten

Signifikante Stellen

Alle Ziffern ab der ersten von null verschiedenen zählen. Führende Nullen zählen nicht, angehängte Nullen nach dem Dezimalpunkt zählen.

Multiplikation und Division: das Resultat erhält so viele *signifikante Stellen* wie der Faktor mit den wenigsten.

Addition und Subtraktion: das Resultat erhält so viele *Dezimalstellen* wie der Summand mit den wenigsten.

Exakte Zahlen (Stückzahlen, Definitionen wie $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$) begrenzen die Genauigkeit *nicht*.

Potenzen und Wurzeln übernehmen die signifikanten Stellen der Basis: v^2 und $\sqrt{v}$ haben so viele wie v .

Gemischte Formeln (Wurzeln, Potenzen, Summen und Quotienten in einem Term) lassen sich nicht Schritt für Schritt auszählen. Praxisregel: Zwischenresultate *ungerundet* weiterrechnen und das Endresultat auf so viele signifikante Stellen runden, wie die *ungenaueste Eingangsgrösse* hat – in der Physik meist 3. Enthält der Term eine Summe oder Differenz von Grössen sehr unterschiedlicher Genauigkeit, entscheidet diese Summe, denn dort gilt die Dezimalstellen-Regel.

Rundungsregel

Ziffer 0–4 abrunden, 5–9 aufrunden. Zwischenresultate ungerundet weiterrechnen, erst das Endresultat runden.

Wichtige Umrechnungen

$$1 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{1}{3.6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{km/h} \xrightarrow{:3.6} \text{ m/s}$$

$$1 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ cm}^2 \quad 1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ l}$$

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg} \quad 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} \quad 1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}$$

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Ws} \quad 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ N/kg}$$

 Bei *Arbeit und Energie* gilt $1 \text{ Nm} = 1 \text{ J}$. *Drehmomente* werden trotz gleicher Dimension in **N m** angegeben, nicht in Joule.

4 Mechanik

4.1 Kinematik des Schwerpunkts

Geschwindigkeit und Beschleunigung

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Δs ist die *vorzeichenbehaftete* Ortsänderung. Bei Richtungsumkehr ist die tatsächlich zurückgelegte Strecke grösser als $|\Delta s|$.

Der Querstrich kennzeichnet **Mittelwerte** über ein endliches Intervall Δt . Die **Momentangeschwindigkeit** v ist der Wert zu einem Zeitpunkt – im s - t -Diagramm die Steigung der Tangente, im Grenzfall sehr kleiner Δt .

1 m/s = 3.6 km/h. Bremsen ist eine Beschleunigung mit $a < 0$ (Richtung gegen $\vec{v}$).

Geradlinig gleichförmige Bewegung ($a = 0$)

$$s(t) = s_0 + v \cdot t \quad v = \text{konst.}$$

Gleichmässig beschleunigte Bewegung ($a = \text{konst.}$)

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0) \quad (\text{zeitfrei})$$

Die zeitfreie Form ist der Standardweg für Brems- und Anlaufwege ohne Zeitangabe.

Freier Fall (ohne Luftwiderstand)

$$v(t) = g \cdot t \quad h(t) = \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad v = \sqrt{2gh}$$

Gültig: Start aus der Ruhe ($v_0 = 0$), ohne Luftwiderstand.

Die Fallzeit ist *massenunabhängig*: Feder und Stein fallen im Vakuum gleich schnell. Mit Anfangsgeschwindigkeit gelten die allgemeinen Formeln oben mit $a = g$.

Schiefer Wurf (Wurf mit v_0 unter dem Winkel α)

$$x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t \quad y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

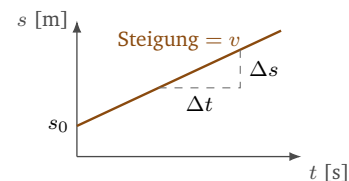
$$t_F = \frac{2 v_0 \sin \alpha}{g} \quad s_x = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g} \quad h_{\max} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}$$

Gültig: ohne Luftwiderstand; Abwurf- und Landehöhe gleich.

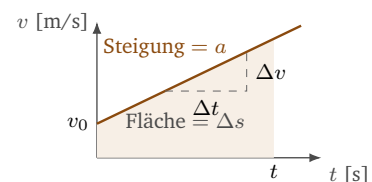
Überlagerung: waagrecht gleichförmig, senkrecht freier Fall. Nur unter diesen Bedingungen ist die Wurfweite bei $\alpha = 45^\circ$ maximal.

$\bar{v}$	mittlere Geschwindigkeit	m/s
Δs	Ortsänderung entlang der Bewegungsachse	m
Δt	benötigte Zeit	s
$\bar{a}$	mittlere Beschleunigung	m/s ²
Δv	Geschwindigkeitsänderung	m/s

s_0	Anfangsposition (bei $t = 0$)	m
v	konstante Geschwindigkeit	m/s

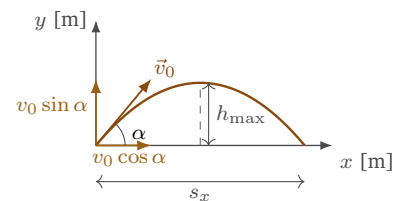
gleichförmig: s - t -Diagramm

v_0	Anfangsgeschwindigkeit	m/s
a	konstante Beschleunigung	m/s ²

beschleunigt: v - t -Diagramm

h	Fallhöhe	m
g	Fallbeschleunigung	9.81 m/s ²
t	Fallzeit	s

v_0	Abwurfgeschwindigkeit	m/s
α	Abwurfwinkel	°
t_F	Flugdauer (gleiche Höhe)	s
s_x	Wurfweite	m
$h_{\max}$	Steighöhe	m



Wurfparabel, parametrisiert

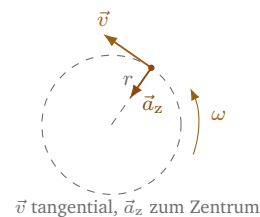
Gleichförmige Kreisbewegung

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad v = \omega \cdot r$$

$$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 \cdot r \quad F_z = m \cdot a_z = \frac{m v^2}{r}$$

Der Betrag von $\vec{v}$ ist konstant, die *Richtung* ändert sich – deshalb ist die Kreisbewegung beschleunigt.

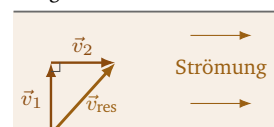
T	Umlaufdauer (Periode)	s
f	Drehfrequenz	Hz = 1/s
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
r	Bahnradius	m
a_z	Zentripetalbeschleunigung	m/s ²
F_z	Zentripetalkraft (zum Zentrum)	N

**Zusammengesetzte Bewegung**

$$\vec{v}_{\text{res}} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

Beispielmuster Schwimmer/Strömung, Flugzeug/Wind: senkrechte Anteile mit $v_{\text{res}} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ (siehe § 0.5). Die Teilbewegungen sind voneinander unabhängig.

$\vec{v}_{\text{res}}$	resultierende Geschwindigkeit	m/s
$\vec{v}_1, \vec{v}_2$	Teilgeschwindigkeiten	m/s



Schwimmer quer zur Strömung: die Teilbewegungen überlagern sich

4.2 Dynamik**Newtonsche Gesetze**

- $\vec{F}_{\text{ges}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \text{konstant}$ Trägheitsgesetz
- $\vec{F}_{\text{ges}} = m \cdot \vec{a}$ Grundgesetz der Dynamik
- $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ actio = reactio

⚠ Die beiden Kräfte des dritten Gesetzes wirken gleichzeitig auf *verschiedene* Körper und dürfen deshalb nicht im selben Freikörperbild gegeneinander gekürzt werden.

$$F_G = m \cdot g$$

Beide Schreibweisen sind gleichwertig: $9.81 \text{ m/s}^2 = 9.81 \text{ N/kg}$. In *dynamischen* Aufgaben (Fall, Beschleunigung) rechnet man mit m/s^2 ; in *statischen* Aufgaben (Gewichtskraft, Auflagerkräfte) ist N/kg anschaulicher – je Kilogramm Masse wirken 9.81 N.

Masse ist ortsunabhängig, die Gewichtskraft nicht (Mond: $g \approx 1.62 \text{ m/s}^2$).

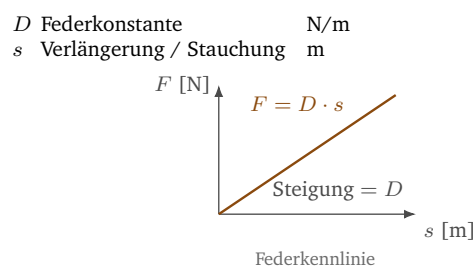
Federkraft (Hookesches Gesetz)

$$F = D \cdot s$$

Gültig: elastischer Bereich, bis zur Proportionalitätsgrenze der Feder.

$\vec{F}_{\text{ges}}$	resultierende Kraft	N = kg m/s ²
m	Masse	kg
$\vec{a}$	Beschleunigung	m/s ²

F_G	Gewichtskraft	N
g	Ortsfaktor, Erde 9.81	m/s ² bzw. N/kg

**Reibungskraft**

$$\text{Gleiten: } F_R = \mu_G \cdot F_N$$

$$\text{Haften: } F_R \leq \mu_H \cdot F_N \quad F_{R,\text{max}} = \mu_H \cdot F_N$$

Beim *Gleiten* ist F_R festgelegt. Beim *Haften* passt sich die Reibungskraft der angreifenden Kraft an – bis zum Maximalwert $F_{R,\text{max}}$; erst darüber setzt Bewegung ein. Nur diesen Maximalwert einsetzen, wenn nach dem Losbrechen gefragt ist. Meist gilt $\mu_H \geq \mu_G$.

Gültig: vereinfachtes Coulomb-Reibungsmodell – nur darin ist F_R unabhängig von der Kontaktfläche.

F_R	Reibungskraft	N
μ_H, μ_G	Haft- und Gleitreibungszahl	–
F_N	Normalkraft (senkrecht zur Fläche)	N

Schiefe Ebene

$$F_H = F_G \sin \alpha = m g \sin \alpha \quad F_N = F_G \cos \alpha = m g \cos \alpha$$

Gleiten: $F_R = \mu_G F_N = \mu_G m g \cos \alpha$

Haften: $0 \leq F_R \leq \mu_H F_N, \quad F_{R,\max} = \mu_H F_N$

Grundgleichung längs der Ebene (2. Newtonsches Gesetz):

$$m \cdot a = F_H - F_R$$

Fallunterscheidung – verglichen wird mit der maximalen Haftreibung

$$F_{R,\max} = \mu_H F_N:$$

$$F_H < F_{R,\max} \quad a = 0, \quad F_R = F_H \quad \text{statisch: Körper bleibt liegen}$$

$$F_H = F_{R,\max} \quad a = 0, \quad \tan \alpha = \mu_H \quad \text{Übergang: Losbrechen}$$

$$F_H > F_{R,\max} \quad F_R = \mu_G F_N \quad \text{dynamisch: Körper gleitet}$$

Im Gleitfall eingesetzt – die Masse kürzt sich heraus:

$$a = g (\sin \alpha - \mu_G \cdot \cos \alpha)$$

Gültig: vereinfachtes Reibungsmodell; a gilt für den hangabwärts gleitenden Körper.

Im statischen Fall passt sich F_R an F_H an – nicht $\mu_H F_N$ einsetzen! Der *Grenzwinkel* folgt aus dem Übergangsfall: $\alpha_{\max} = \arctan \mu_H$. Gleitet der Körper *hangaufwärts*, wirkt die Reibung ebenfalls hangabwärts: $a = -g (\sin \alpha + \mu_G \cos \alpha)$.

Zwei Massen an einem Faden (Atwood)

$$a = \frac{(m_1 - m_2) g}{m_1 + m_2} \quad F_S = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

Gültig: masseloses, undehnbares Seil; reibungsfreie, masselose Rolle.

Scheinbares Gewicht im Lift

$$F_N = m (g \pm a)$$

+ bei Beschleunigung nach oben, – nach unten:

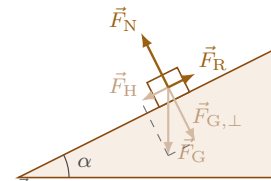
$$\vec{a} \text{ nach oben} \quad F_N > F_G \quad \text{man fühlt sich schwerer}$$

$$\vec{a} \text{ nach unten} \quad F_N < F_G \quad \text{man fühlt sich leichter}$$

$$a = 0 \quad F_N = F_G \quad \text{Stillstand oder konstante Fahrt}$$

Entscheidend ist die Richtung der *Beschleunigung*, nicht die Fahrtrichtung: ein anfangender Abwärtslift beschleunigt nach unten (leichter), ein bremsender Abwärtslift nach oben (schwerer). Im freien Fall ($a = g$) wird $F_N = 0$ – Schwerelosigkeit.

F_H	Hangabtriebskraft (parallel zur Ebene)	N
F_N	Normalkraft (senkrecht zur Ebene)	N
$F_{G,\perp}$	Komponente von F_G senkrecht zur Ebene	N
F_R	Reibungskraft (entgegen der Bewegung)	N
μ_H, μ_G	Haft- und Gleitreibungszahl	–
α	Neigungswinkel	°
a	Beschleunigung hangabwärts	m/s ²

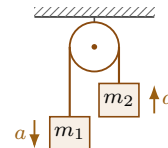


matt: Ursache F_G und ihre Komponenten – kräftig: die beiden Gegenkräfte

Zur Skizze: $\vec{F}_G$ ist die *Ursache* und deshalb matt gezeichnet. Sie zerfällt in $\vec{F}_H$ längs der Ebene und $\vec{F}_{G,\perp}$ senkrecht dazu. Kräftig gezeichnet sind die beiden *Gegenkräfte*: $\vec{F}_N$ hebt $\vec{F}_{G,\perp}$ auf (die Unterlage drückt zurück, $F_N = F_{G,\perp}$), $\vec{F}_R$ wirkt $\vec{F}_H$ entgegen. Übrig bleibt längs der Ebene $F_H - F_R$ – genau die Grundgleichung.

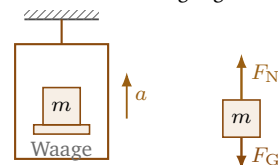
⚠ $\vec{F}_G$ und seine Komponenten $\vec{F}_H, \vec{F}_{G,\perp}$ niemals gleichzeitig in derselben Kraftsumme verwenden – entweder die Gewichtskraft oder ihre Zerlegung.

m_1, m_2 Massen ($m_1 > m_2$) kg
 F_S Fadenkraft N



$m_1 > m_2$: gleicher Betrag von a , entgegengesetzte Richtung

F_N Normalkraft, Anzeige der Waage N
 a Betrag der Kabinenbeschleunigung m/s²



Die Waage zeigt F_N an, nicht die Gewichtskraft

4.3 Energie

Mechanische Arbeit

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Gültig: konstante Kraft, geradlinige Verschiebung.

Nur der Kraftanteil *längs* des Weges verrichtet Arbeit. $\alpha = 90^\circ \Rightarrow W = 0$ (Tragen auf Ebene). Bei veränderlicher Kraft ist W die Fläche unter dem F - s -Diagramm.

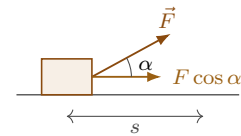
Energieformen

$$E_{\text{pot}} = m g h \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 \quad E_{\text{sp}} = \frac{1}{2} D s^2$$

E_{kin} wächst *quadratisch* mit v : doppeltes Tempo, vierfache Energie (Bremsweg!).

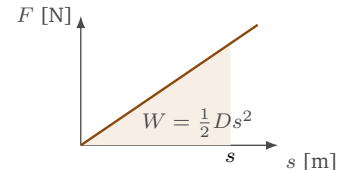
Energie oder Arbeit? E ist eine **Zustandsgrösse**: sie sagt, wie viel ein Körper *gespeichert hat* (Lage, Bewegung, Spannung). W ist eine **Prozessgrösse**: sie sagt, wie viel Energie beim Vorgang *übertragen* wurde. Beide haben die Einheit Joule. Arbeit ist *Energieübertragung*: die *resultierende* Arbeit an einem Körper entspricht der Änderung seiner kinetischen Energie, $W_{\text{res}} = \Delta E_{\text{kin}}$ (Arbeitssatz). Für ein gewähltes System kann von aussen verrichtete Arbeit dessen Gesamtenergie verändern – das ist aber nicht dasselbe wie die Arbeit einer beliebigen Einzelkraft.

W	Arbeit	$J = \text{Nm}$
F	Betrag der Kraft	N
s	Weg	m
α	Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\vec{s}$	$^\circ$

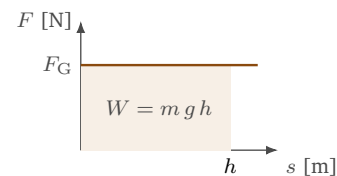


nur $F \cos \alpha$ verrichtet Arbeit

E_{pot}	Höhenenergie	J
h	Höhe über frei wählbarem Nullniveau	m
E_{kin}	Bewegungsenergie	J
E_{sp}	Spannenergie der Feder	J



Spannarbeit: Federkraft wächst, Fläche = Dreieck



Hubarbeit: Kraft konstant, Fläche = Rechteck

Energieerhaltung (ohne Reibung)

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + E_{\text{sp}} = \text{konstant}$$

Gültig: reibungsfrei, geschlossenes System.

Bungee-Sprung als Beispiel für alle drei Formen: oben nur E_{pot} – im freien Fall wandelt sie sich in E_{kin} – beim Dehnen des Seils geht beides in E_{sp} über. Die *Summe* bleibt gleich.

Spezialfall – Start aus der Ruhe, nur Höhenverlust h , keine Feder:

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2 g h}$$

Die Masse kürzt sich heraus – die Endgeschwindigkeit ist massenunabhängig.

Beispiel schiefe Ebene – reibungsfrei, Start aus der Ruhe, Rutschlänge s , Neigung α :

$$h = s \cdot \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2 g s \sin \alpha}$$

Nur die *Höhe* zählt, nicht der zurückgelegte Weg: bei gleicher Höhe ist die Endgeschwindigkeit unabhängig von der Neigung – die flachere Bahn dauert nur länger. Dasselbe gilt für den freien Fall ($\alpha = 90^\circ$).

Energiebilanz mit Reibung

$$W_{\text{R}} = -F_{\text{R}} \cdot s \quad E_{\text{diss}} = F_{\text{R}} \cdot s$$

$$E_{\text{Anfang}} = E_{\text{Ende}} + E_{\text{diss}}$$

Die *Arbeit* der Reibungskraft W_{R} ist negativ (sie wirkt gegen die Bewegung); die *dissipierte Energie* $E_{\text{diss}} = |W_{\text{R}}|$ ist positiv und erscheint als Wärme. Beide Grössen nie im selben Term mischen.

Leistung

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad \text{mittlere Leistung}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos \alpha \quad \text{momentane Leistung}$$

$$\text{bei } \vec{F} \parallel \vec{v}: \quad P = F \cdot v$$

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}; 1 \text{ PS} \approx 736 \text{ W}.$$

$\bar{P}$	mittlere Leistung über Δt	$W = J/s$
P	momentane Leistung	W
Δt	Zeitintervall	s
v	Geschwindigkeit	m/s
α	Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\vec{v}$	$^\circ$

Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_{\text{nutz}}}{E_{\text{zu}}} = \frac{P_{\text{nutz}}}{P_{\text{zu}}} \leq 1 \quad \eta_{\text{ges}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots$$

Die Differenz $E_{\text{zu}} - E_{\text{nutz}}$ wird in nicht nutzbare Energieformen umgewandelt – meist in innere bzw. thermische Energie, teilweise auch in Schall oder Verformung. Bei einer Kette werden die Wirkungsgrade *multipliziert*.

η	Wirkungsgrad	– (oder %)
E_{nutz}	nutzbar abgegebene Energie	J
E_{zu}	zugeführte Energie	J

4.4 Statik von Festkörpern**Kräftezerlegung und Resultierende**

$$F_x = F \cos \varphi \quad F_y = F \sin \varphi$$

$$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i$$

Drehmoment

$$M = F \cdot r = F \cdot l \cdot \sin \alpha$$

Derselbe Term, zwei Lesarten – beide führen zum gleichen Drehmoment:

$$M = F \cdot (l \sin \alpha) \text{ verkürzter Hebel: ganze Kraft} \times \text{Hebelarm}$$

$$M = l \cdot (F \sin \alpha) \text{ verkürzte Kraft: ganzer Hebel} \times \text{Kraftanteil}$$

Nur der *senkrecht zum Hebel* stehende Kraftanteil $F \sin \alpha$ dreht; der Anteil längs des Hebels zieht nur an der Drehachse. Maximal bei $\alpha = 90^\circ$ ($M = Fl$), null bei $\alpha = 0^\circ$. Drehrichtung durch das Vorzeichen unterscheiden.

Hebelgesetz

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2 \quad (\text{Last} \cdot \text{Lastarm} = \text{Kraft} \cdot \text{Kraftarm})$$

Gleichgewichtsbedingungen des starren Körpers

$$\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \iff \sum F_x = 0, \sum F_y = 0$$

$$\text{und} \quad \sum_i M_i = 0$$

Rezept: Freikörperbild zeichnen, Drehpunkt geschickt wählen (dort verschwindet eine unbekannte Kraft im Momentensatz), dann auflösen.

Balken auf zwei Stützen

Ansatz – beide Gleichgewichtsbedingungen in Grundform:

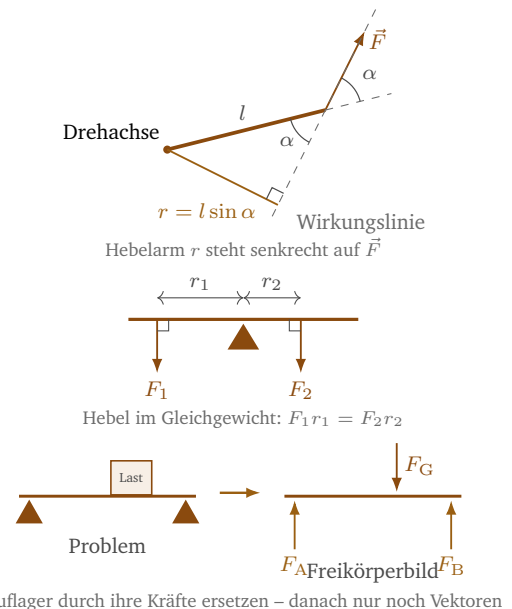
$$\text{Momentengleichung um } A: F_G \cdot x = F_B \cdot l$$

$$\text{Kräftegleichung:} \quad F_A + F_B = F_G$$

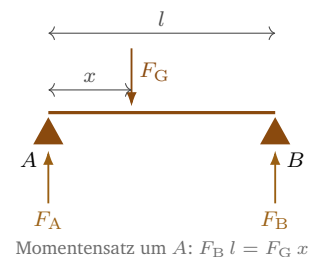
Die Momentengleichung liefert F_B , die Kräftegleichung anschliessend F_A . Mehrere Lasten: Momente einzeln aufsummieren.

$\vec{F}_R$	Resultierende aller Kräfte	N
φ	Winkel zur x -Achse	°

M	Drehmoment	Nm
F	Kraft	N
r	Hebelarm (Abstand Drehachse–Wirkungslinie)	m
l	Abstand Drehachse–Angriffspunkt	m
α	Winkel zwischen Hebel und Kraft	°



F_A, F_B	Auflagerkräfte in A und B	N
F_G	Last	N
x	Abstand der Last vom Auflager A	m
l	Stützweite	m



Seilkräfte an einer Aufhängung

1. **Ansatz** – Gleichgewicht am Knoten, Kräfte in Komponenten zerlegt:

$$\sum F_x = 0 : F_{S2} \cos \beta = F_{S1} \cos \alpha$$

$$\sum F_y = 0 : F_{S1} \sin \alpha + F_{S2} \sin \beta = F_G$$

2. **Auflösen** – F_{S2} aus der ersten Gleichung in die zweite einsetzen:

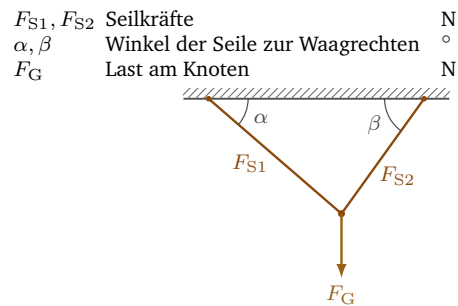
$$F_{S1} \sin \alpha + F_{S1} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \sin \beta = F_G$$

$$F_{S1} \cdot \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \beta} = F_G \quad \text{Additionstheorem}$$

3. **Ergebnis** – mit $\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$:

$$F_{S1} = F_G \cdot \frac{\cos \beta}{\sin(\alpha + \beta)} \quad F_{S2} = F_G \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Das flachere Seil trägt mehr: bei $\alpha \rightarrow 0$ wächst F_{S1} stark an. Hängt die Last mittig, ist $\alpha = \beta$ und beide Seilkräfte sind gleich.



Last hängt aussermittig – deshalb $\alpha \neq \beta$; beide Winkel gegen die Waagrechte

4.5 Hydrostatik**Druck und Dichte**

$$p = \frac{F}{A} \quad \rho = \frac{m}{V} \quad \Longleftrightarrow \quad m = \rho \cdot V$$

1 bar = 10^5 Pa = 100 kPa; Luftdruck auf Meereshöhe ≈ 1013 hPa.

p Druck	Pa = N/m ²
F Kraft senkrecht auf die Fläche	N
A Fläche	m ²
ρ Dichte	kg/m ³
V Volumen	m ³

Schweredruck in einer Flüssigkeit

$$p_S = \rho \cdot g \cdot h \quad p_{\text{ges}} = p_0 + \rho g h$$

Gültig: ruhende, homogene und praktisch inkompressible Flüssigkeit, konstantes g .

Nur die *Tiefe* zählt, nicht die Gefässform (hydrostatisches Paradoxon). In Wasser: rund 1 bar pro 10 m.

p_S Schweredruck	Pa
h Tiefe unter der Oberfläche	m
p_0 Druck an der Oberfläche	Pa



$$p_S = \rho g h$$

Druck wirkt in alle Richtungen gleich

Kommunizierende Röhren

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$

Eine Flüssigkeit: in allen verbundenen Gefässen steht sie *gleich hoch* – unabhängig von Form und Querschnitt.

Zwei nicht mischbare Flüssigkeiten: gleicher Druck in gleicher Höhe (Trennfläche). Die *leichtere* steht höher; die Höhen verhalten sich umgekehrt wie die Dichten: $h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1$.

Gültig: freie Oberflächen unter *gleichem* Aussendruck; h_1 und h_2 ab derselben Trennfläche messen.

Hydraulische Presse (Prinzip von Pascal)

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \Rightarrow \quad F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

$$s_1 \cdot A_1 = s_2 \cdot A_2 \quad \Rightarrow \quad s_1 = s_2 \cdot \frac{A_2}{A_1}$$

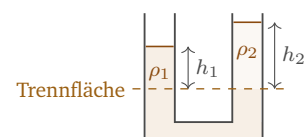
Kraftgewinn wird mit Weg bezahlt: die Arbeit $W = F \cdot s$ bleibt gleich (Goldene Regel der Mechanik).

Gültig: ideale, praktisch inkompressible Flüssigkeit; Reibung und Verluste vernachlässigt.

ρ_1, ρ_2 Dichten der Flüssigkeiten	kg/m ³
h_1, h_2 Höhen über der Trennfläche	m

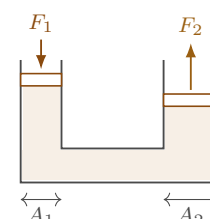


eine Flüssigkeit: Form und Querschnitt spielen keine Rolle



zwei Flüssigkeiten: die leichtere (ρ_2) steht höher

F_1, F_2 Kolbenkräfte	N
A_1, A_2 Kolbenflächen	m ²
s_1, s_2 Kolbenwege	m



kleine Fläche, kleine Kraft – grosse Fläche, grosse Kraft

Auftrieb (Prinzip von Archimedes)

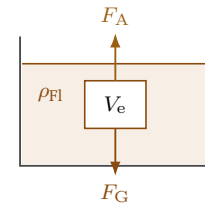
$$F_A = \rho_{\text{Fl}} \cdot V_e \cdot g$$

F_A entspricht der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit.

Gültig: homogene Flüssigkeit und unverändertes eingetauchtes Volumen – nur dann ist der Auftrieb unabhängig von der Tiefe.

F_A Auftriebskraft
 ρ_{Fl} Dichte der Flüssigkeit
 V_e verdrängtes (eingetauchtes) Volumen

N
 kg/m^3
 m^3



Auftrieb = Gewicht der verdrängten Flüssigkeit

V_K, ρ_K Volumen und Dichte des Körpers $\text{m}^3, \text{kg/m}^3$

Schwimmen, Schweben, Sinken

$$\frac{V_e}{V_K} = \frac{\rho_K}{\rho_{\text{Fl}}} \quad \begin{cases} \rho_K < \rho_{\text{Fl}} & \text{schwimmt} \\ \rho_K = \rho_{\text{Fl}} & \text{schwebt} \\ \rho_K > \rho_{\text{Fl}} & \text{sinkt} \end{cases}$$

5 Thermodynamik

5.1 Temperatur

Temperaturskalen

$$T = \vartheta + 273.15 \quad \vartheta = T - 273.15 \quad \Delta T = \Delta \vartheta$$

Eine *Differenz* von 1 K ist gleich gross wie eine von 1 °C – in Differenz-Formeln ($Q = mc\Delta T$, $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$) darf man deshalb beides einsetzen.

⚠ Überall dort, wo T *einzel*n oder als *Quotient* auftritt, ist Kelvin zwingend: in den Gasgesetzen sowie beim idealen COP und beim Carnot-Wirkungsgrad. Beim gewöhnlichen Wirkungsgrad $\eta = E_{\text{nutz}}/E_{\text{zu}}$ spielt die Temperatureinheit keine Rolle.

Absoluter Nullpunkt

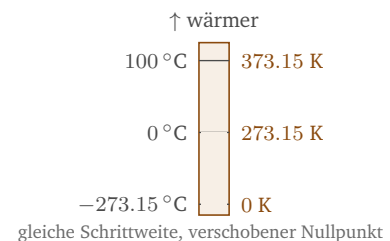
$$0 \text{ K} = -273.15 \text{ °C}$$

Tiefste mögliche Temperatur: die Teilchenbewegung ist minimal. Im einfachen Teilchenmodell bzw. beim idealen Gas hängt die Temperatur mit der mittleren kinetischen Energie der Teilchen zusammen.

Fahrenheit (Praxis)

$$\vartheta_F = \frac{9}{5} \vartheta + 32 \quad \vartheta = \frac{5}{9} (\vartheta_F - 32)$$

T absolute Temperatur K (Kelvin)
 ϑ Celsius-Temperatur °C
 $\Delta T, \Delta \vartheta$ Temperaturdifferenz K



5.2 Wärme

Wärmemenge beim Erwärmen

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Wärme ist eine *Prozessgrösse*: sie beschreibt die Energieübertragung, nicht einen gespeicherten Vorrat. Wasser hat mit $c = 4.19 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ eine aussergewöhnlich hohe Wärmekapazität.

Wärmebilanz und Mischtemperatur

$$\sum_i Q_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \vartheta_m = \frac{m_1 c_1 \vartheta_1 + m_2 c_2 \vartheta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

Gültig: abgeschlossenes System ohne Wärmeverluste, kein Phasenwechsel, Wärmekapazität des Gefässes vernachlässigt.

Abgegebene Wärme = aufgenommene Wärme, $Q_{\text{ab}} < 0$, $Q_{\text{auf}} > 0$.

Latente Wärme (Aggregatzustandswechsel)

$$Q = m \cdot L_f \quad (\text{Schmelzen, Erstarren})$$

$$Q = m \cdot L_v \quad (\text{Verdampfen, Kondensieren})$$

Während des Phasenwechsels bleibt die Temperatur *konstant* – die Energie geht in die Umordnung der Teilchen.

Leistung und Wirkungsgrad

$$P = \frac{E}{t} \quad \eta = \frac{E_{\text{nutz}}}{E_{\text{zu}}} \leq 1$$

Wärmepumpe

$$\text{COP} = \frac{Q_{\text{warm}}}{E_{\text{el}}} \quad \text{COP}_{\text{Carnot}} = \frac{T_{\text{warm}}}{T_{\text{warm}} - T_{\text{kalt}}}$$

$\text{COP} > 1$, weil Umgebungswärme mitgenutzt wird.

Gültig: $\text{COP}_{\text{Carnot}}$ ist der ideale, reversible Grenzfall – reale Anlagen bleiben darunter. T zwingend in Kelvin.

Heizwert und Brennwert

$$E_{\text{chem}} = m \cdot H \quad E_{\text{nutz}} = \eta \cdot m \cdot H$$

bei Gasen volumenbezogen: $E_{\text{chem}} = V \cdot H$

Gültig: vollständige Verbrennung; H ist ein Stoffkennwert.

Der *Heizwert* H_i zählt die Verbrennungswärme ohne die Kondensationswärme des Wasserdampfs, der *Brennwert* H_s mit – deshalb ist $H_s > H_i$. Brennerheizungen nutzen genau diese Differenz. Bei Gasen wird H meist auf das *Normvolumen* bezogen – dann in J/m^3 statt J/kg .

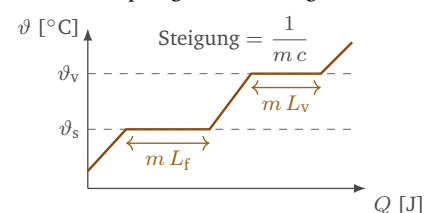
Wärmetransport – drei Mechanismen

Wärmeleitung: Energie wandert durch Stösse im Material, ohne Materietransport (Metalle gut, Luft schlecht). **Konvektion:** Transport durch strömende Flüssigkeiten oder Gase. **Wärmestrahlung:** elektromagnetische Wellen, funktioniert auch im Vakuum (Sonne).

Q	übertragene Wärme	J
m	Masse	kg
c	spezifische Wärmekapazität	$\text{J}/(\text{kg K})$
ΔT	Temperaturänderung	K

ϑ_m	Mischtemperatur	$^{\circ}\text{C}$
m_i, ϑ_i	Masse und Anfangstemperatur	kg, $^{\circ}\text{C}$
c_i	spezifische Wärmekapazität	$\text{J}/(\text{kg K})$

L_f	spezifische Schmelzwärme	J/kg
L_v	spezifische Verdampfungswärme	J/kg



Heizkurve: schräg = erwärmen, waagrecht = Phasenwechsel

P	Leistung	W
η	Wirkungsgrad	–

COP	Leistungszahl	–
$\text{COP}_{\text{Carnot}}$	idealer reversibler Grenzwert	–
T	Temperaturen in Kelvin	K

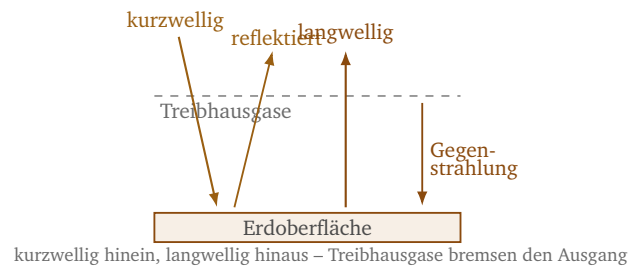
E_{chem}	freigesetzte chemische Energie	J
E_{nutz}	nutzbare Energie	J
m	Brennstoffmasse (fest, flüssig)	kg
V	Brennstoffvolumen (Gase)	m^3
H	Heizwert bzw. Brennwert	J/kg bzw. J/m^3
η	Wirkungsgrad der Anlage	–

Energiebilanz der Erde und Treibhauseffekt

Die Sonne strahlt überwiegend **kurzwellig**: UV, sichtbares Licht und nahes Infrarot. Ein Teil wird von Wolken, Eis und Boden *reflektiert*, der Rest *absorbiert* und erwärmt die Oberfläche.

Die erwärmte Erde strahlt **langwellig** (Infrarot) ab. Treibhausgase (CO_2 , CH_4 , H_2O) lassen kurzwellige Strahlung weitgehend durch, absorbieren aber langwellige und strahlen einen Teil zurück (*Gegenstrahlung*).

Im Gleichgewicht gilt: aufgenommene Leistung = abgegebene Leistung. Mehr Treibhausgase $\Rightarrow$ das Gleichgewicht stellt sich bei *höherer* Oberflächentemperatur ein.



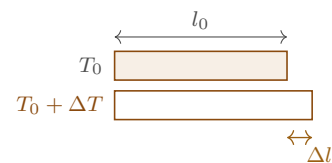
5.3 Wärmeausdehnung

Längenausdehnung

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T \quad l = l_0 + \Delta l = l_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

α liegt bei Metallen in der Größenordnung 10^{-5} K^{-1} . Dehnungsfugen bei Brücken und Schienen.

Δl	Längenänderung	m
l_0	Ausgangslänge	m
α	Längenausdehnungskoeffizient	1/K
ΔT	Temperaturänderung	K



Ausdehnung ist proportional zu l_0 und ΔT

Volumenausdehnung

$$\Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

isotrope Festkörper: $\gamma \approx 3\alpha$

Flüssigkeiten dehnen sich deutlich stärker aus als Festkörper, Gase noch stärker.

Dichte in Abhängigkeit der Temperatur

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T}$$

Erwärmen $\rightarrow$ größeres Volumen bei gleicher Masse $\rightarrow$ kleinere Dichte (Auftrieb, Konvektion, Heissluftballon). **Wasseranomalie**: grösste Dichte bei 4°C – Seen frieren von oben zu.

Allgemeines Gasgesetz

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Gültig: konstante Stoffmenge eines idealen bzw. näherungsweise idealen Gases; T in Kelvin, p als absoluter Druck.

Drei Sonderfälle – je eine Grösse wird festgehalten:

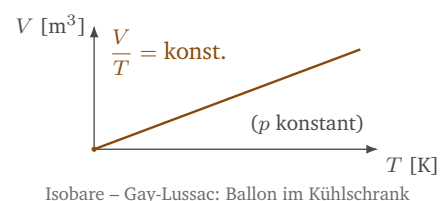
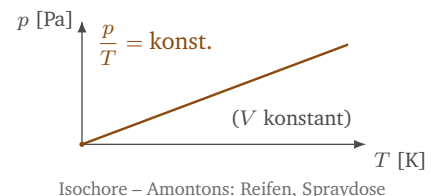
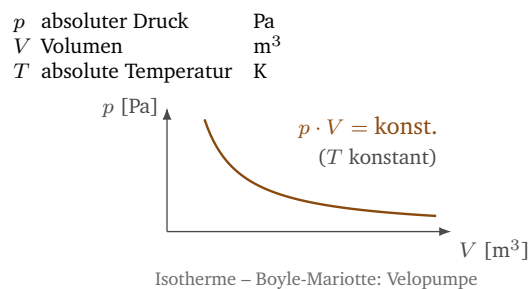
$T = \text{konst.}$ $p \cdot V = \text{konst.}$ Boyle-Mariotte

$V = \text{konst.}$ $\frac{p}{T} = \text{konst.}$ Amontons

$p = \text{konst.}$ $\frac{V}{T} = \text{konst.}$ Gay-Lussac

Alltag. *Boyle-Mariotte*: Velopumpe zuhalten und den Kolben *langsam* eindrücken – das Volumen wird kleiner, der Druck steigt. Nur bei langsamem Vorgang und ausreichendem Wärmeaustausch ist das näherungsweise isotherm; schnelles Eindrücken erwärmt die Luft. *Amontons*: Autoreifen nach schneller Fahrt oder Spraydose in der Sonne – das Volumen ist fest, mit der Temperatur steigt der Druck. *Gay-Lussac*: Luftballon im Kühlschrank schrumpft, über der Heizung dehnt er sich – der Aussendruck bleibt gleich.

⚠ Die beiden Geraden gehen nur durch den Ursprung, wenn T in **Kelvin** eingesetzt wird. Extrapoliert man das ideale Gasmodell, so geht bei konstantem Volumen der *Druck* und bei konstantem Druck das *Volumen* für $T \rightarrow 0 \text{ K}$ gegen null. Reale Gase kondensieren jedoch vorher, und 0 K wird nicht erreicht. Historisch trug genau diese Extrapolation zur Bestimmung des absoluten Nullpunkts bei.



6 Einführung in andere Bereiche der Physik

6.1 Wellen

Ein Seilpunkt über die Zeit – die Schwingung

$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{1}{f} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$y(t) = A \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

Man beobachtet *einen einzigen Punkt* des Seils und trägt seine Auslenkung über der Zeit auf. Die **Phasenkonstante** φ legt fest, wo die Sinuskurve bei $t = 0$ startet: $\varphi = 0$ heisst Start in der Ruhelage nach oben, $\varphi = \pi/2$ Start im oberen Umkehrpunkt. Ein *positives* φ verschiebt die Kurve nach *links*, und zwar um $\Delta t = \frac{\varphi}{2\pi} T$ (φ in rad).

Das ganze Seil in einem Moment – das Momentbild

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

$$y(s) = A \cdot \sin\left(2\pi \frac{s}{\lambda} + \delta\right)$$

Jetzt wird die Zeit festgehalten und das *ganze* Seil auf einmal betrachtet – wie ein Foto. Ein *positives* δ verschiebt das Bild längs des Seils nach *links*, und zwar um $\Delta s = \frac{\delta}{2\pi} \lambda$ (δ in rad).

Die Frequenz wird vom *Sender* bestimmt und ändert sich beim Medienwechsel nicht; c hängt von Wellenart und Medium ab, λ passt sich an. Schall in Luft (20 °C): $c \approx 343$ m/s; Licht im Vakuum: $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s.

Beides zusammen – die laufende Welle

$$y(s, t) = A \cdot \sin\left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{s}{\lambda}\right)\right)$$

Diese Gleichung enthält beide Sichtweisen: Hält man den *Ort* s fest, entsteht die Schwingung $y(t)$; hält man die *Zeit* t fest, entsteht das Momentbild $y(s)$. Die Phasenkonstanten φ und δ ergeben sich dabei aus dem gewählten Ort bzw. Zeitpunkt.

Überlagerung (Superposition)

$$y = y_1 + y_2$$

Auslenkungen addieren sich vorzeichenrichtig: gleichsinnig → Verstärkung, gegensinnig → Auslöschung. Nach der Begegnung laufen beide Wellen unverändert weiter.

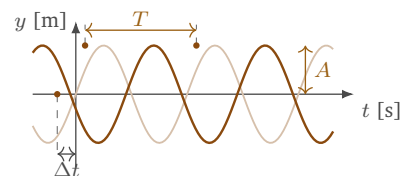
Stehende Welle auf einer Saite (beidseitig fest)

$$L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2} \quad \lambda_n = \frac{2L}{n} \quad f_n = \frac{c}{\lambda_n} = n \cdot \frac{c}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Gültig: beidseitig befestigte Saite – an beiden Enden liegt ein Knoten.

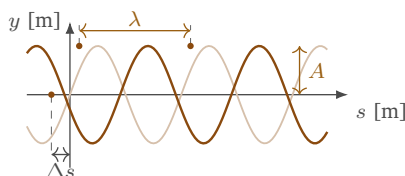
Die Obertöne sind ganzzahlige Vielfache des Grundtons f_1 . Kürzere Saite oder höhere Wellengeschwindigkeit (mehr Spannung) → höherer Ton. Für Pfeifen und Rohre gelten je nach offenen bzw. geschlossenen Enden andere Randbedingungen.

T	Schwingungsdauer (Periode)	s
f	Frequenz	Hz = 1/s
ω	Kreisfrequenz	rad/s
A	Amplitude (max. Auslenkung)	m
φ	Phasenkonstante	rad



Ein Seilpunkt über die Zeit; T von Wellenberg zu Wellenberg. Matt: $\varphi = 0$, kräftig: um φ verschoben – die kräftige Kurve erreicht den Berg um Δt früher

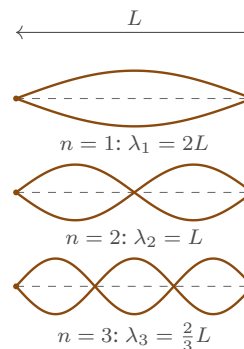
c	Ausbreitungsgeschwindigkeit	m/s
λ	Wellenlänge	m
f	Frequenz	Hz
δ	Phasenkonstante	rad



Das ganze Seil in einem Moment; λ ist der Abstand zweier gleicher Phasen, hier von Wellenberg zu Wellenberg

y	Auslenkung am Ort s zur Zeit t	m
s	Ort entlang der Ausbreitungsrichtung	m

L	Länge der beidseitig befestigten Saite	m
n	Ordnung (Grundton $n = 1$)	–
λ_n	Wellenlänge der n -ten Mode	m
f_n	Eigenfrequenz (n -te Harmonische)	Hz



Eigenschwingungen: an den Enden immer ein Knoten

Wellenarten und Beispiele

Transversal (Querwelle) – Schwingung $\perp$ Ausbreitungsrichtung: Seilwelle, gespanntes *Gummiband*, Querschwingung des Fahrbahnträgers einer Hängebrücke, Licht und alle elektromagnetischen Wellen.

Longitudinal (Längswelle) – Schwingung || Ausbreitungsrichtung: Schall in Luft, Druckstoss in einer Flüssigkeit, Stauchwelle längs einer Schraubenfeder.

⚠ **Wasserwellen** sind *keiner* der beiden Arten rein zuzuordnen: die Wasserteilchen laufen auf Kreis- bzw. Ellipsenbahnen – eine Überlagerung aus Quer- und Längsbewegung.

Schwingung oder Welle? *Gummiband*, Federpendel und *Stossdämpfer* sind zunächst **Schwingungen**: ein einzelner Körper bewegt sich um seine Ruhelage. Zur **Welle** wird es erst, wenn sich die Störung im Raum *ausbreitet*. Der Stossdämpfer ist zudem eine *gedämpfte* Schwingung – die Energie wird absichtlich in Wärme umgewandelt, die Amplitude nimmt ab.

Mechanische Wellen brauchen ein Medium, **elektromagnetische** nicht.

Emission und Absorption

Atome und Moleküle nehmen Energie nur in *bestimmten Portionen* auf und geben sie so wieder ab. Beim Übergang in einen *tieferen* Energiezustand wird ein Photon ausgesandt. Seine Energie entspricht der Energiedifferenz der beiden Zustände; sie bestimmt die Frequenz und bei sichtbarer Strahlung die Farbe:

E	Energie des Photons	J
h	Planck-Konstante	$6.626 \cdot 10^{-34}$ Js
f	Frequenz	Hz

$$E = h \cdot f$$

Umgekehrt wird ein Photon nur absorbiert, wenn seine Energie zu einem Übergang passt. Deshalb sind Stoffe für manche Wellenlängen durchlässig und für andere nicht – genau das erklärt die wellenlängenabhängige Absorption in der Atmosphäre.

Elektromagnetisches Spektrum

Radio → Mikrowellen → Infrarot → **sichtbares Licht** (380–780 nm) → UV → Röntgen → Gamma. Alle mit $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s im Vakuum: grosse Wellenlänge ⇔ kleine Frequenz.

6.2 Elektrizität

Ladung und Stromstärke

$$I = \frac{Q}{t} \quad Q = I \cdot t \quad e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Coulombkraft

$$F = k \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2} \quad k = 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}$$

Die Formel liefert den *Betrag*. Die Richtung folgt aus den Vorzeichen: gleichnamige Ladungen stossen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an. Doppelter Abstand → ein Viertel der Kraft.

Gültig: der angegebene Wert von k im Vakuum, in Luft näherungsweise. In anderen Medien ist die Kraft wegen der Permittivität des Mediums kleiner.

Spannung

$$U = \frac{W}{Q}$$

Ohmsches Gesetz

$$U = R \cdot I \quad R = \frac{U}{I} \quad I = \frac{U}{R}$$

Gültig: ohmscher Leiter bei konstanter Temperatur.

$R = U/I$ definiert den Widerstand immer; *ohmsch* heisst, dass R dabei konstant bleibt. Glühlampen, Dioden und Halbleiter verhalten sich nicht ohmsch.

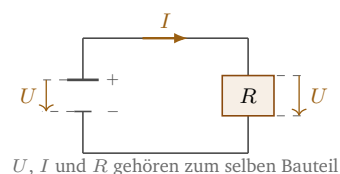
Das Gesetz gilt **doppelt**: für *jeden einzelnen* Widerstand einer Schaltung ($U_1 = R_1 I_1$) und für die *ganze* Schaltung ($U_{\text{ges}} = R_{\text{ges}} I_{\text{ges}}$). Entscheidend ist, dass U , I und R zum *selben* Bauteil gehören – also die Spannung über genau dem Widerstand, durch den der Strom I fliesst.

Q	elektrische Ladung	C = As
I	Stromstärke	A
t	Zeit	s
e	Elementarladung	C

F	Betrag der Kraft zwischen zwei Ladungen	N
r	Abstand der Ladungen	m

U	elektrische Spannung	V = J/C
W	Arbeit am Ladungstransport	J

R	elektrischer Widerstand	$\Omega = \text{V/A}$
U	Spannung über dem Widerstand	V
I	Strom durch den Widerstand	A



Widerstand eines Leiters

$$R = \rho_{\text{el}} \cdot \frac{l}{A}$$

Langer, dünner Draht → grosser Widerstand. ρ_{el} steigt bei Metallen mit der Temperatur. Nicht mit der Dichte ρ verwechseln.

Reihenschaltung

$$R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + \dots \quad I = I_1 = I_2 = \dots$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ohmsches Gesetz an jedem einzelnen Widerstand:

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 \quad U_2 = R_2 \cdot I_2 \quad \text{mit } I_1 = I_2 = I$$

Der Gesamtwiderstand ist *grösser* als jeder Einzelwiderstand. Da überall derselbe Strom fliesst, teilt sich die Spannung im Verhältnis der Widerstände auf – *Spannungsteiler*.

Parallelschaltung

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots \quad U = \text{überall gleich}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad R_{\text{ges}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Ohmsches Gesetz in jedem einzelnen Zweig:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1} \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} \quad \text{mit } U_1 = U_2 = U$$

Der Gesamtwiderstand ist *kleiner* als der kleinste Einzelwiderstand. Da an allen Zweigen dieselbe Spannung liegt, teilt sich der Strom umgekehrt zum Widerstand auf – *Stromteiler*. Die Formel $R_{\text{ges}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ gilt nur für *zwei* Widerstände.

Elektrische Leistung und Energie

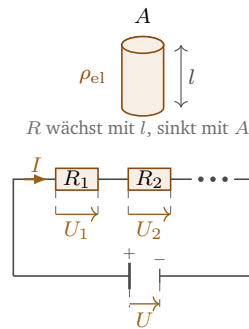
$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R} \quad E = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$$

Gültig: $P = UI$ gilt bei Gleichstrom allgemein. $P = RI^2$ und $P = U^2/R$ setzen einen ohmschen Widerstand voraus. $E = Pt = UIt$ gilt bei konstanter Leistung bzw. konstanten Grössen.

1 kWh = 3.6 MJ.

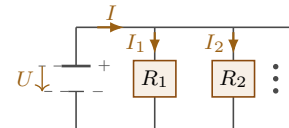
⚠ Gefährlich ist die *Stromstärke durch den Körper*. Schon wenige Milliampere sind spürbar und können Muskelverkrampfungen auslösen; die Wirkung hängt von Stromstärke, Einwirkdauer, Stromweg durch den Körper und Frequenz ab. Ein Fehlerstrom-Schutzschalter (FI/RCD) mit 30 mA Auslösestrom ist eine *zusätzliche* Schutzmassnahme – keine Grenze für ungefährlichen Strom.

ρ_{el}	spezifischer Widerstand	$\Omega \text{ m}$
l	Leiterlänge	m
A	Querschnittsfläche	m^2



R wächst mit l , sinkt mit A

gleicher Strom, Spannung teilt sich auf – weitere Widerstände folgen



gleiche Spannung, Strom teilt sich auf – weitere Zweige folgen

P	elektrische Leistung	W
E	elektrische Energie	J bzw. kWh

Elektrische Schutzmassnahmen. Sicherung / Leitungsschutzschalter – schützt die *Leitung* vor Überlast und Kurzschluss. **Schutzleiter (PE)** – führt Fehlerstrom ab und ermöglicht zusammen mit der Schutzvorrichtung die automatische Abschaltung. **Schutzisolierung** – doppelte Isolation, Gerät ohne Schutzleiter. **Fehlerstrom-Schutzschalter (FI/RCD)** – erkennt bestimmte Fehlerströme und bietet *zusätzlichen* Schutz vor elektrischem Schlag. **Schutzkleinspannung (SELV)** – besonders niedrige Spannung zur deutlichen Verringerung des Risikos eines elektrischen Schlags. **Intakte Isolation** – beschädigte Kabel und Stecker sofort ersetzen.

A Anhang: Konstanten, Stoffwerte und Einheiten

Konstanten

Grösse	Symbol	Wert
Fallbeschleunigung (Erde)	g	9.81 m/s^2
Schallgeschw. (Luft, 20 °C)	c_S	343 m/s
Lichtgeschw. (Vakuum)	c	$3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Absoluter Nullpunkt	0 K	-273.15 °C
Elementarladung	e	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Planck-Konstante	h	$6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Coulomb-Konstante	k	$8.99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$
Kreiszahl	π	$3.14159 \dots$
Normluftdruck	p_0	1013 hPa

Stoffwerte (Richtwerte)

Stoff	$\rho \text{ [kg/m}^3\text{]}$	$c \text{ [kJ/(kg K)]}$	$\alpha \text{ [10}^{-6}\text{/K]}$
Wasser*	1000	4.19	–
Eis	917	2.1	–
Luft (20 °C)	1.20	1.0	–
Aluminium	2700	0.90	23
Eisen / Stahl	7860	0.45	12
Kupfer	8930	0.38	17
Beton	2400	0.88	12
Holz (Fichte)	500	2.1	5

* Wasser: ρ gilt bei 4 °C (Dichtemaximum); c ist ein schulischer Richtwert nahe 20 °C.

Wasser: $L_f = 334 \text{ kJ/kg}$ (bei 0 °C), $L_v = 2256 \text{ kJ/kg}$ (bei 100 °C, 1013 hPa).

Zu den Werten: Richtwerte bei 20 °C und Normaldruck, sofern nicht anders angegeben. Es sind gerundete *schulische* Richtwerte; sie können je nach Quelle, Materialzusammensetzung und Bedingungen abweichen – besonders bei Legierungen, Beton und Holz. Für Berechnungen gelten die Angaben des Lehrmittels.

SI-Basiseinheiten

Grösse	Symbol	Einheit
Länge	l, s, h	Meter (m)
Masse	m	Kilogramm (kg)
Zeit	t	Sekunde (s)
Stromstärke	I	Ampere (A)
Temperatur	T	Kelvin (K)
Stoffmenge	n	Mol (mol)
Lichtstärke	I_v	Candela (cd)

Abgeleitete Einheiten

Grösse	Einheit	in Basiseinheiten
Kraft	Newton (N)	kg m/s^2
Druck	Pascal (Pa)	$\text{N/m}^2 = \text{kg/(m s}^2\text{)}$
Energie, Arbeit	Joule (J)	$\text{N m} = \text{kg m}^2/\text{s}^2$
Leistung	Watt (W)	J/s
Frequenz	Hertz (Hz)	$1/\text{s}$
Ladung	Coulomb (C)	A s
Spannung	Volt (V)	$\text{J/C} = \text{W/A}$
Widerstand	Ohm (Ω)	V/A
Winkel	Radian (rad)	m/m (dimensionslos)

Praxiseinheiten mit Umrechnung

$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ $1 \text{ kPa} = 1000 \text{ Pa}$ $1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa}$ $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
 $1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J}$ $1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}$ $1 \text{ km/h} = \frac{1}{3.6} \text{ m/s}$
 $1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$ $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$ $\vartheta \text{ [°C]} + 273.15 = T \text{ [K]}$

Symbolverzeichnis – mehrfach verwendete Zeichen

Zeichen	Bedeutung	Einheit
a	Beschleunigung	m/s^2
α	Längenausdehnungskoeffizient	K^{-1}
c	Ausbreitungsgeschw. einer Welle	m/s
c	spezifische Wärmekapazität (Kap. 5)	J/(kg K)
c_S	Schallgeschwindigkeit	m/s
s	Weg, Strecke	m
s	Verlängerung einer Feder (Hooke)	m
s_b	Bogenlänge	m
ρ	Dichte	kg/m^3
ρ_{el}	spezifischer Widerstand	$\Omega \text{ m}$

Zeichen	Bedeutung	Einheit
T	absolute Temperatur	K
T	Schwingungsdauer (Kap. 6)	s
ϑ	Celsius-Temperatur	°C
Q	Wärme (Kap. 5)	J
Q	elektrische Ladung (Kap. 6)	C
L	latente Wärme L_f, L_v	J/kg
L	Länge der Saite (Kap. 6)	m
p	Druck	Pa
P	Leistung	W
η	Wirkungsgrad	–

Aufrechte Indizes stehen für *Abkürzungen* (F_G Gewichtskraft), kursive für *Variablen und Richtungen* (F_x, λ_n). Welche Bedeutung gilt, zeigt das Kapitel.

TALS Physik – Formelsammlung. Version 1.0 · 1. August 2026 · Autor und Herausgeber: Raphael Arnold Kohler. Formelsammlung zum Lehrmittel für die Berufsmaturität Technik, Architektur, Life Sciences (RLP-BM 2030). Aufbau und Notation folgen den Themenseiten von go4exercises.github.io/TALS-Physik. Für Prüfungen gelten die von Schule, Kanton oder Prüfungsleitung festgelegten Hilfsmittel.

Lizenz: **CC BY-NC 4.0** (Namensnennung – nicht kommerziell), <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>

Namensnennung bitte in der Form: *Raphael Arnold Kohler: TALS Physik – Formelsammlung, Version 1.0, CC BY-NC 4.0, go4exercises.github.io/TALS-Physik*

Fehler und Rückmeldungen: <https://go4exercises.github.io/TALS-Physik/feedback.html>

Haftungsausschluss: Alle Formeln, Werte und Darstellungen wurden sorgfältig erstellt und geprüft. Dennoch wird keine Gewähr für Richtigkeit, Vollständigkeit und Aktualität übernommen. Die Benutzung erfolgt auf eigene Verantwortung. Eine Haftung für Schäden aus der Verwendung dieser Unterlagen wird im gesetzlich zulässigen Umfang ausgeschlossen. Zwingende gesetzliche Haftungsbestimmungen bleiben vorbehalten.



Website



Lizenz



Feedback